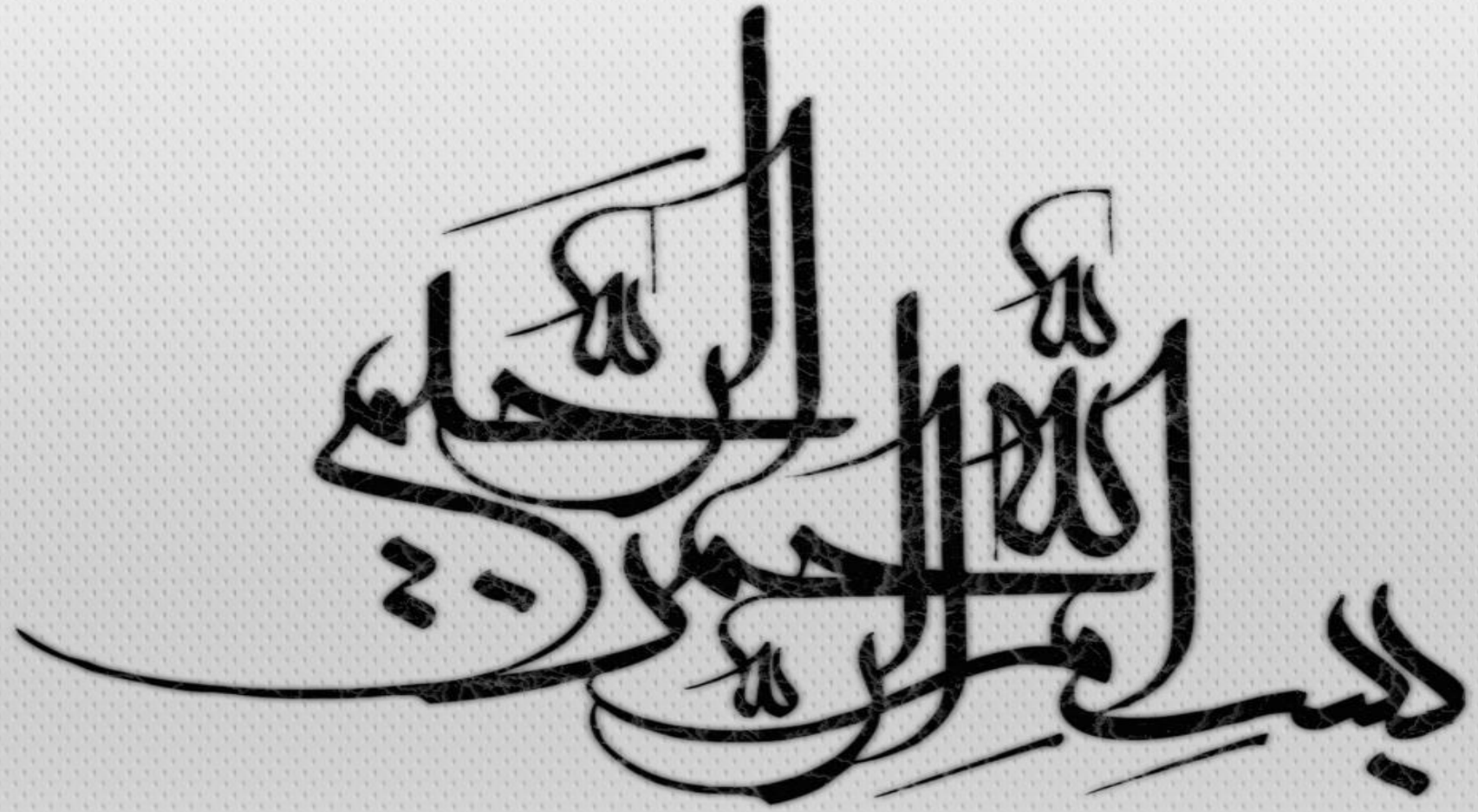
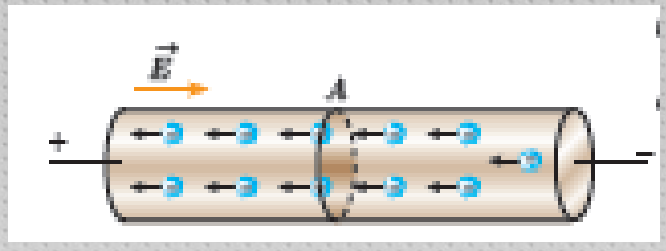

بسم الله الرحمن الرحيم

فصل دوم: جریان الکتریکی و مدار جریان مستقیم

فیزیک یازدهم ریاضی

برخلاف فصل گذشته که به مطالعه بارهای ساکن پرداختیم در این فصل به مطالعه بارهای در حال حرکت میپردازیم با این فرض که سرعت حرکت و جهت کلی حرکت بارها در طول مسیر تغییر نکند.

۱– جریان الکتریکی: هرگاه در یک مدار اختلاف پتانسیل مناسب اعمال کنیم، الکترون های آزاد سیم(مس) شروع به حرکت در یک جهت خاص نموده و جریان به وجود می آورند. به عبارت علمی تر، شارش خالص بار های الکتریکی از یک سطح مقطع معین را جریان مینامند.

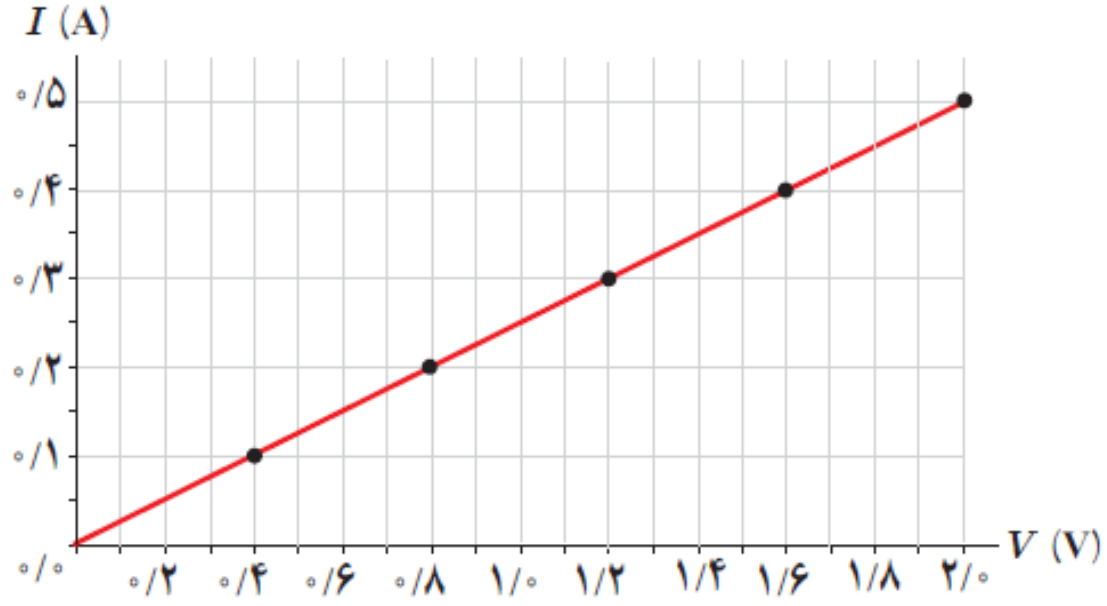


نکته!!! در حالت عادی الکترون های ازاد سیم دایما در حال حرکت با سرعتی تقریبا برابر ۱۰^۶ متر بر ثانیه ولی به شکل کاتوره ای هستند و در نتیجه در تمامی جهات توزیع میگردند و بدین رو جریان وجود نخواهد داشت. با اعمال اختلاف پتانسیل(میدان) و تشکیل مدار الکتریکی، حرکات دیگر کاتوره ای نخواهد بود و در جهت خاصی صورت میگرد و تشکیل جریان میدهد. سرعت این جریان غالبا در حدود ۵-۱۰^ متر بر ثانیه خواهد بود که به ان سرعت سوق الکترون میگوییم.
طبق قرارداد جهت جریان برخلاف جهت حرکت الکترون ها خواهد بود. جریان الکتریکی متوسط به شکل زیر تعریف میشود و واحد آن آمپر است.

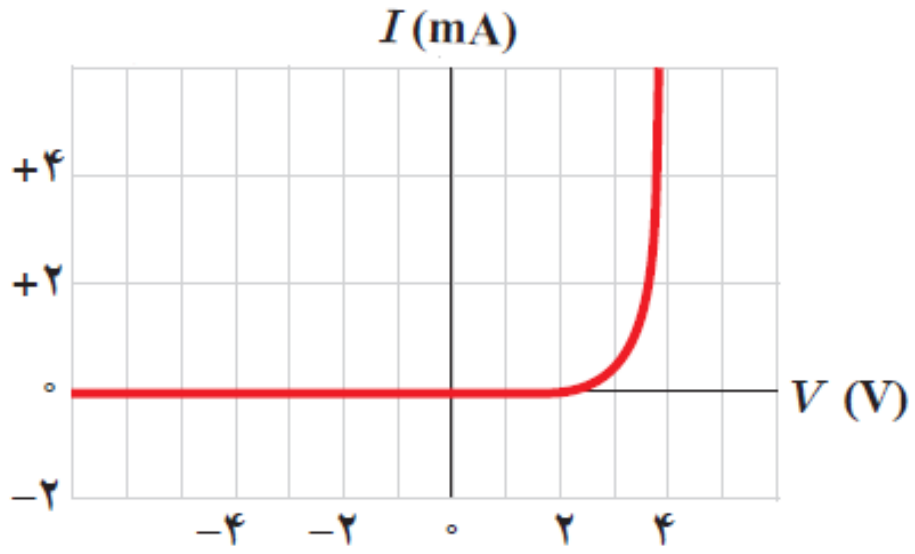
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

۲–مقاومت الکتریکی(قانون اهم): در هنگام عبور جریان الکتریکی، الکترون های درحال حرکت دائما با الکترونهای مجاور برخورد کرده و بدین سبب رفته رفته سیم گرم میشود. این برخورد ها همانند مانعی در راه حرکت الکترونها مقاومت میکند. این پدیده توضیحی از مقاومت الکتریکی در یک رساناست که به عوامل مختلفی نظیر ابعاد سطح مقطع رسانا و جنس و دما و .... بستگی دارد. در رابطه زیر که به قانون اهم نیز معروف است مقدار مقاومت الکتریکی از رابطه زیر بدست می آید. ولت بر آمپر برابر اهم درنظر گرفته شده و با Ω نشان داده میشود. در مدارات نیز مقاومت را نشان میدهند.

$$R = \frac{V}{I}$$



شکل ۲ــ ۹ نمودار جریان برحسب اختلاف‌پتانسیل نشان می‌دهد که برای این رسانای اُهمی، جریان به‌طور مستقیم با ولتاژ افزایش می‌یابد.



شکل ۲ــ ۱۰ نمودار جریان برحسب اختلاف‌پتانسیل برای یک دیود نورگسیل

۳–عوامل موثر بر مقاومت الکتریکی:

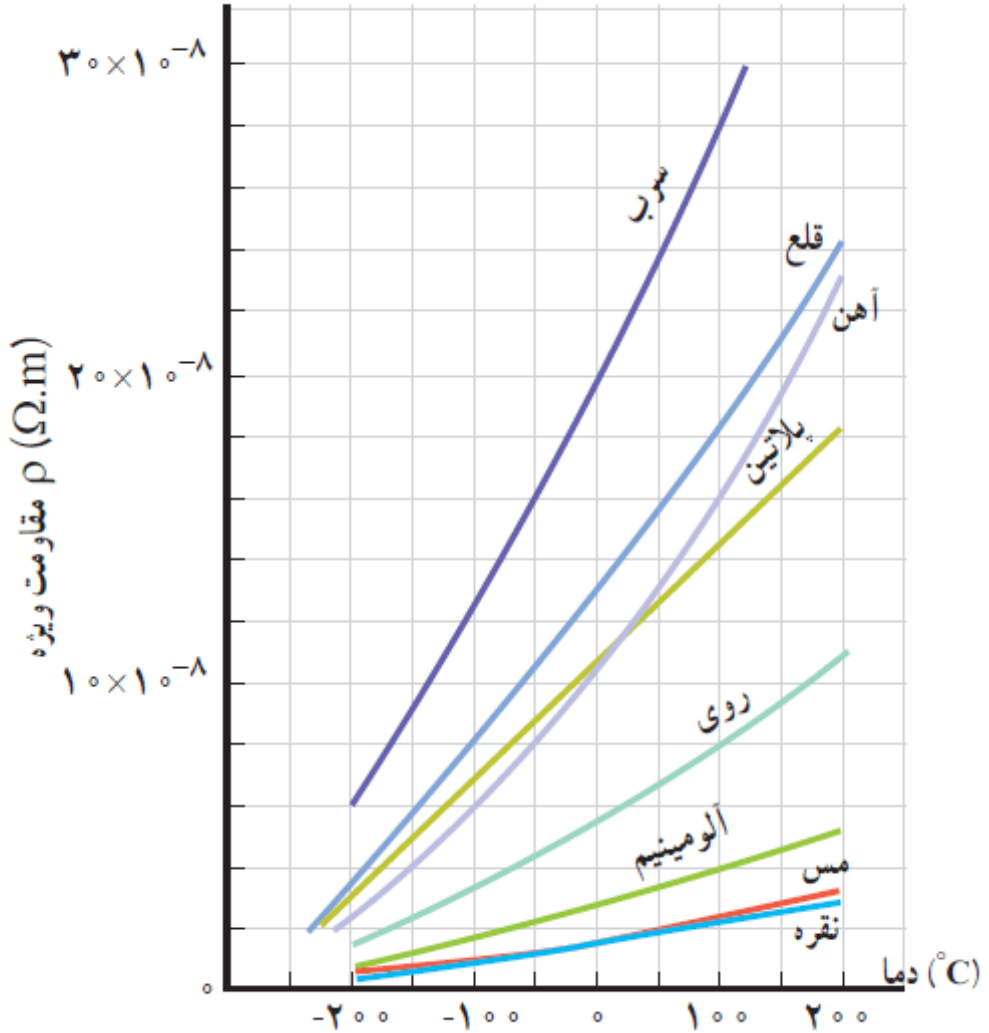
$$R = \rho \frac{L}{A}$$

که در آن طول رسانا (L) برحسب متر (m)، مساحت مقطع جسم (A) برحسب متر مربع (m^2)، و مقاومت جسم (R) برحسب اُهم (Ω) است، و بنابراین، کمیت ρ که به آن مقاومت ویژه گفته می‌شود برحسب اُهم–متر ($\Omega.m$) می‌شود. این بستگی مقاومت به طول و مساحت مقطع جسم را می‌توان با شبیه‌سازی‌های ساده‌ای نیز درک کرد.

نکته!!! مقامت ویژه هر عنصرمنحصر به فرد و وابسته به ساختار اتمی و دمای عنصر است. در رساناهای خوب مقاومت ویژه بسیار کم، و در عایقهای خوب مقاومت ویژه بسیار بالاست. برخی عناصر مانند ژرمانیم و سیلیسیم مقاومت ویژه میان این دو دارند که به آنها نیم رسانا نیز میگویند.

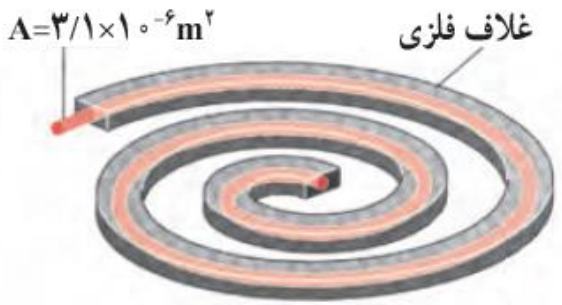
۴–تاثیر دما بر مقاومت ویژه:

$$\rho = \rho_{\circ}[1 + \alpha(T - T_{\circ})]$$



نکته!!! غالبا تاثیر افزایش دما برای نیم رساناها برعکس است، چراکه در دمای پایین تعداد حاملهای بار(الکترونها و حفه های آزاد) کمتر بوده و با افزایش دما تعداد الکترون های بیشتری از قید هسته ازاد میشوند و قابلیت حرکت خواهند داشت. پس در نیم رساناها افزایش دما سبب کاهش مقاومت ویژه میشود. به طوری که برای آنها α رابطه قبل منفی خواهد بود.

شکل روبه‌رو، المنت یک اجاق برقی را نشان می‌دهد. این المنت شامل سیمی به طول ۱/۱m و سطح مقطع $۳/۱\times۱۰^{-۶}m^۲$ است که داخل مادهٔ عایقی قرار گرفته است که خود، درون یک غلاف فلزی است. با عبور جریان، المنت داغ می‌شود. مقاومت ویژهٔ مادهٔ سازندهٔ سیم در دمای $T_۰ = ۳۲۰^\circ C$ برابر با $\rho_۰ = ۶/۸\times۱۰^{-۵}\Omega.m$ است و ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ آن $\alpha = ۲/۰\times۱۰^{-۳}K^{-۱}$ است. مقاومت سیم در دمای $۴۲۰^\circ C$ چقدر است؟



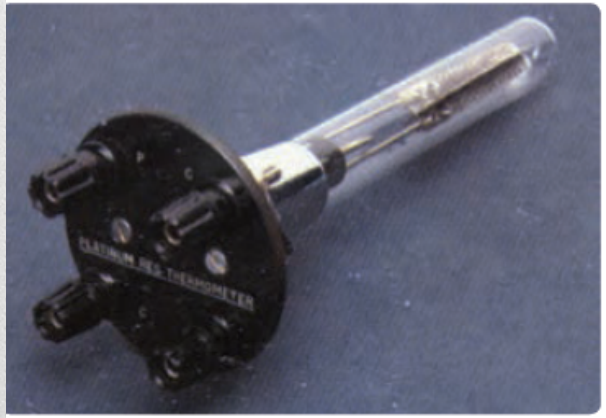
یک اجاق برقی و طرحی از المنت آن

پاسخ : مقاومت ویژهٔ ρ را از رابطهٔ $\rho = \rho_۰[۱ + \alpha(T - T_۰)]$ حساب می‌کنیم :

$$\rho = \rho_۰[۱ + \alpha(T - T_۰)] = (۶/۸\times۱۰^{-۵}\Omega.m)[۱ + (۲/۰\times۱۰^{-۳}K^{-۱})(۱۰۰K)]$$
$$= ۸/۲\times۱۰^{-۵}\Omega.m$$

حال از رابطهٔ ۳ــ ۲ مقاومت سیم در دمای $۴۲۰^\circ C$ برابر است با

$$R = \rho\frac{L}{A} = (۸/۲\times۱۰^{-۵}\Omega.m)\frac{(۱/۱m)}{(۳/۱\times۱۰^{-۶}m^۲)} = ۲۹\Omega$$



تصویری از یک دماسنج مقاومت پلاتینی

همان‌طور که در کتاب فیزیک ۱ دیدید دماسنج مقاومت پلاتینی یکی از سه دماسنج معیار برای اندازه‌گیری دماست. از دماسنج مقاومت پلاتینی می‌توان برای اندازه‌گیری دقیق دما در گسترهٔ دمایی حدوداً از ۱۴K تا ۱۲۳۵K استفاده کرد. اساس کار دماسنج های مقاومت پلاتینی مبتنی بر تغییر مقاومت الکتریکی با دماست. در این دماسنج‌ها از پلاتین استفاده می‌کنند که تقریباً دچار خوردگی نمی‌شود و نقطهٔ ذوب بالایی دارد.

فرض کنید در دمای $۲۰/۰^\circ C$ مقاومت پلاتین یک دماسنج برابر با ۱۶۴Ω باشد. وقتی این دماسنج در محلول خاصی قرار گیرد، مقاومت آن ۱۸۷Ω می‌شود. دمای این محلول چقدر است؟ (مقدار دقیق α برای پلاتین برابر $۳/۹۲\times ۱۰^{-۳}\,^\circ C^{-۱}$ است.)

پاسخ : چون مقاومت R رابطهٔ مستقیمی با مقاومت ویژهٔ ρ دارد $(R = \rho L / A)$، آن‌گاه از رابطهٔ **۲ــ۴** نتیجه می‌گیریم [۱] :

$$R = R_۰[۱ + \alpha(T - T_۰)]$$

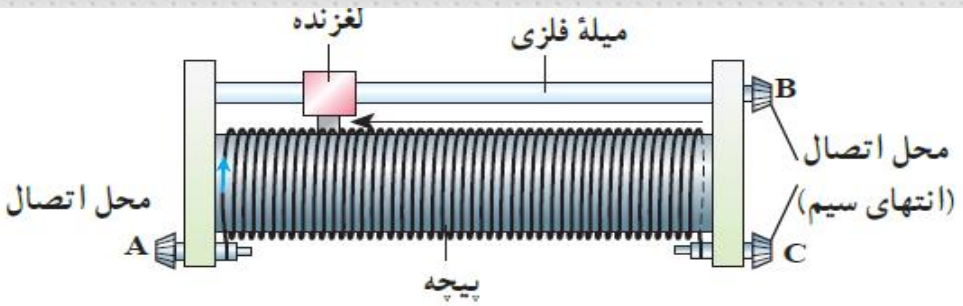
که در آن $R_۰ = \rho_۰ \dfrac{L}{A}$ مقاومت سیم در دمای $T_۰ = ۲۰/۰^\circ C$ است. با جایگذاری مقادیر معلوم در معادلهٔ بالا خواهیم داشت :

$$۱۸۷\Omega = (۱۶۴\Omega)[۱ + (۳/۹۲\times ۱۰^{-۳}\,^\circ C^{-۱})(T - ۲۰/۰^\circ C)] \Rightarrow T = ۵۵/۸^\circ C$$

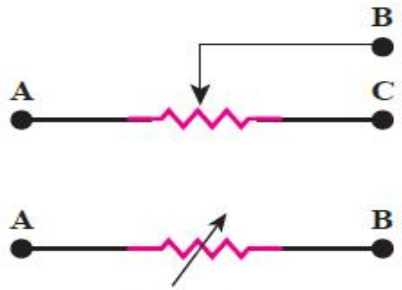
۵–انواع مقاومتها:

الف)مقاومتهای پیچه ای: متشکل از سیم پیچ نازکی که غالبا از جنس آلیاژهای نیکروم یا منگانین هستند تشکیل شده و برای مقامت های پایین بسیار دقیق و توان بالا مناسب اند.

از جمله آنها میتوان به مقاوت رئوستا وپتانسیومتر اشاره کرد. سازوکار مقاومت رئوستا اینگونه است که با تغییر طول سیم مقاومت، میتوان میزان درگیری مقاومت در مدار را کنترل کرده فلذا مقاومت متغییر با میزان دلخواه داشت. در شکل بعد این مقاومت ها قابل مشاهده اند.

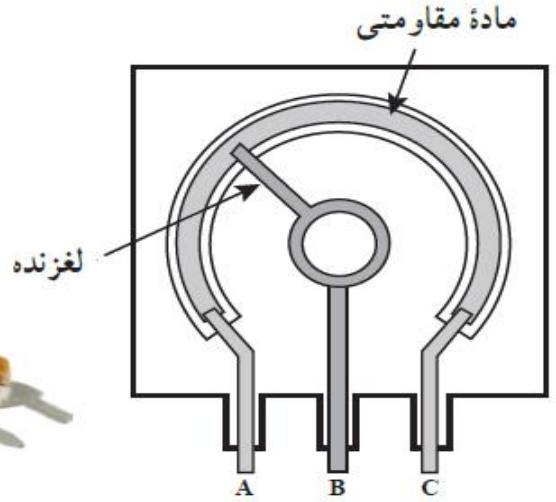


الف) طرحی از ساختار یک رئوستای خطی



ب) نماد یک رئوستا یا پتانسیومتر در مدار الکتریکی

پ) تصویر واقعی یک رئوستای خطی



ت) طرحی از یک پتانسیومتر

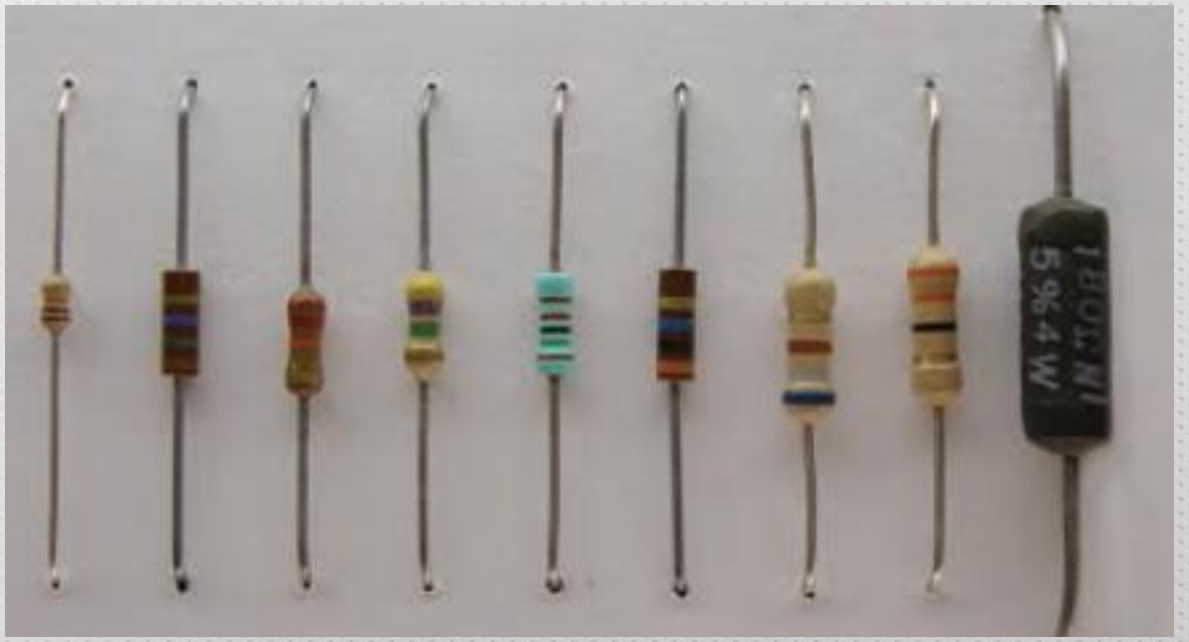
ث) تصویری واقعی از یک پتانسیومتر

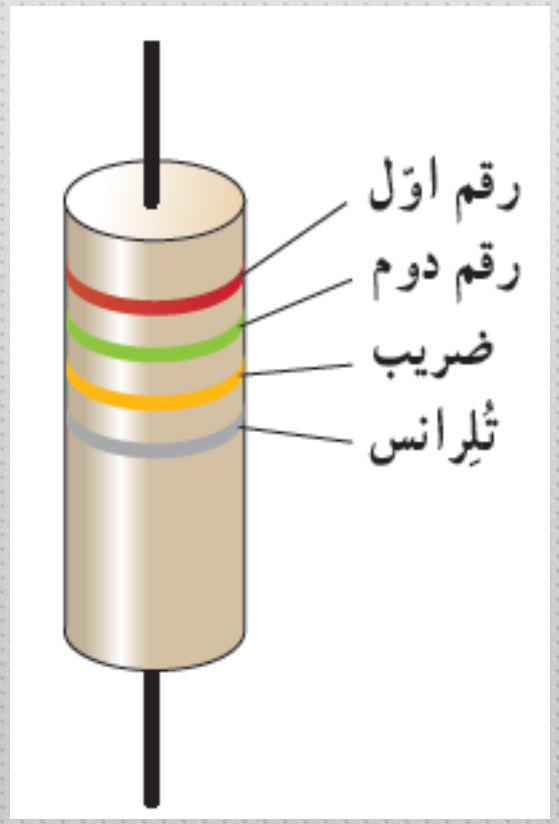
ب)مقامتهای ترکیبی: اغلب متشکل از ترکیبی از کربن، نیم رساناها، و صفحات نازکی از فلزات رسانا هستند. این مقاومتها در حالت استانداردی ساخته شده و اغلب برای خواندن آنها از کدهای رنگی استفاده می شود. به این ترتیب که اگر مقاومت را از سری که حلقه های رنگی به آن نزدیکترند بخوانیم، دو رنگ اول معرف رقم اول و دوم مقاومت و رنگ حلقه سوم معرف ضریبی از نوع ۱۰^{n} است. حلقه چهارم که یا طلایی و یا نقره ایست معرف تلورانس یا بازه درصدی است که ممکن است مقاومتکمتر و بیشتر از مقدار بدست آمده عمل کند. در صورت نبود حلقه چهارم ، تلورانس را ۲۰ درصد در نظر میگیریم. برای خواندن مقدار مقاومت، مقاومت را طوری بدست میگیریم که حلقه تلورانس در سمت راست بوده و ما حلقه هارا از چپ میخوانیم.

مدرس مرتضی فصیحی ۰۹۱۹۱۳۱۷۳۱۳

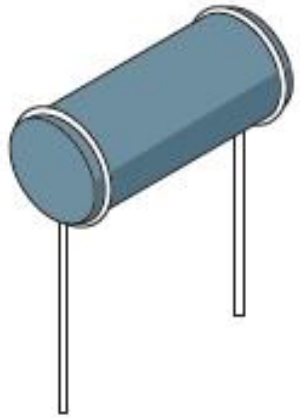
جدول ۲ــ۳ــ کد رنگی مقاومت‌ها

رنگ	عدد	ضریب	تلرانس
سیاه	۰	۱	
قهوه‌ای	۱	$۱۰^{۱}$	
قرمز	۲	$۱۰^{۲}$	
نارنجی	۳	$۱۰^{۳}$	
زرد	۴	$۱۰^{۴}$	
سبز	۵	$۱۰^{۵}$	
آبی	۶	$۱۰^{۶}$	
بنفش	۷	$۱۰^{۷}$	
خاکستری	۸	$۱۰^{۸}$	
سفید	۹	$۱۰^{۹}$	
طلایی		$۱۰^{-۱}$	٪۵
نقره‌ای		$۱۰^{-۲}$	٪۱۰
بی‌رنگ			٪۲۰





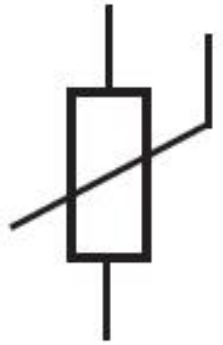
ترمیستور: مقاومتی است که وابستگی آن به افزایش دما با مقاومت های معمولی متفاوت بوده و از این رو اغلب از آن به در مدارات زنگ خطر آتش و دماسنجها و ... به عنوان سنسور دما استفاده میشود. معمولا عدسی شکل و یا میله و مهره ایست.



ترمیستور میله‌ای

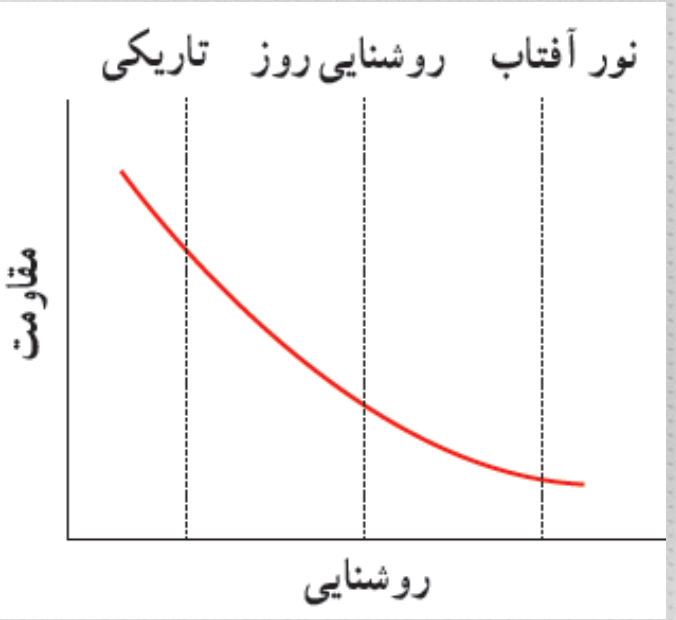
ترمیستور مهره‌ای

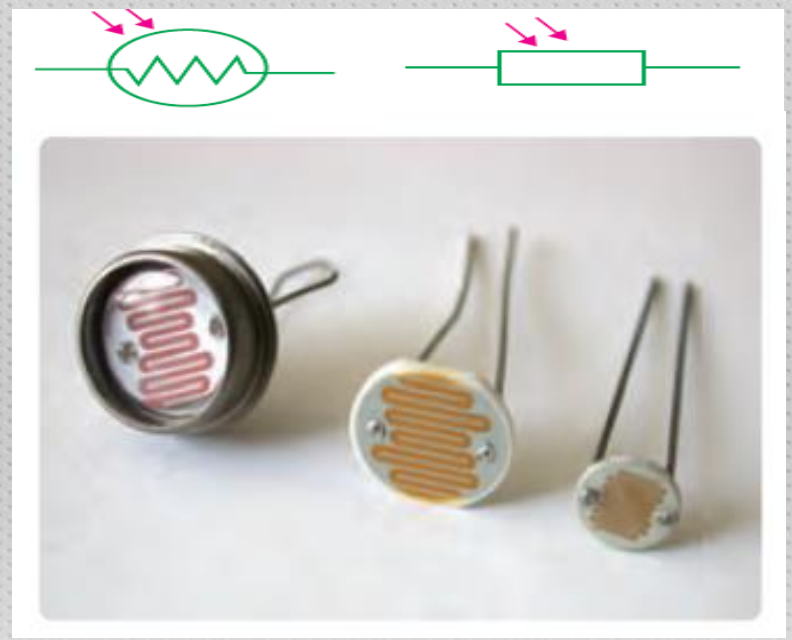
ترمیستور دیسکی

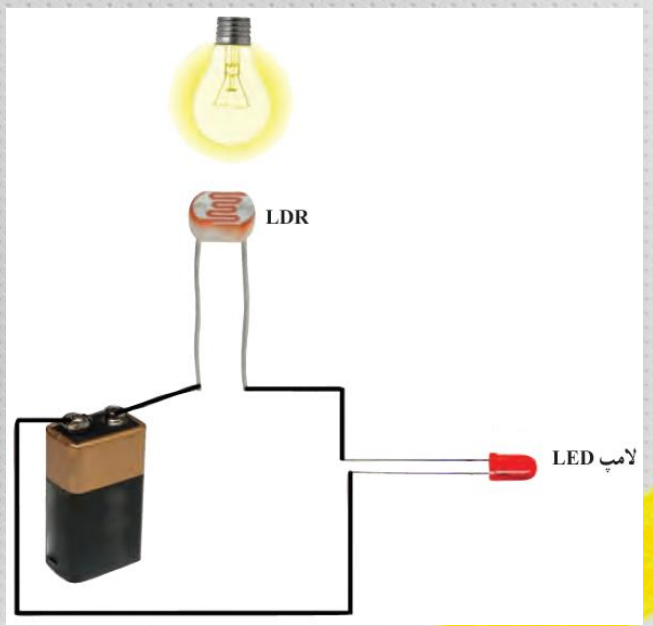


نماد ترمیستور در مدار الکتریکی

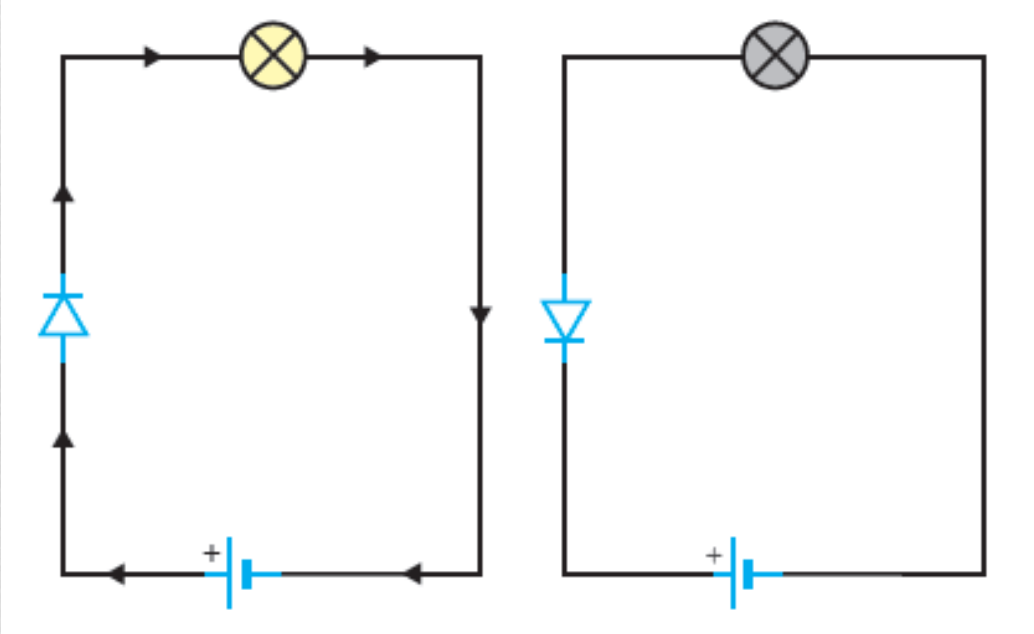
مقاومت های نوری(LDR): این نوع مقاومت بر اساس شدت نور تابیده به آن عمل میکند به طوری که هرچه شدت نور تابیده بیشتر باشد(در مکان روشن تری باشند) مقاومت آنها کمتر و هرچه در مکان تاریکتری باشند مقاومت آنها بیشتر است. از آنها اغلب در کنترلها، دزدگیر های، چشمی دربهای اتوماتیک و .... استفاده میشود.



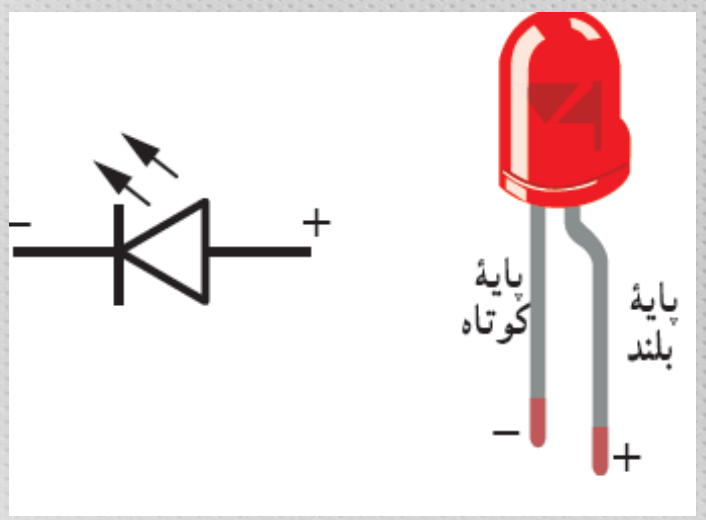




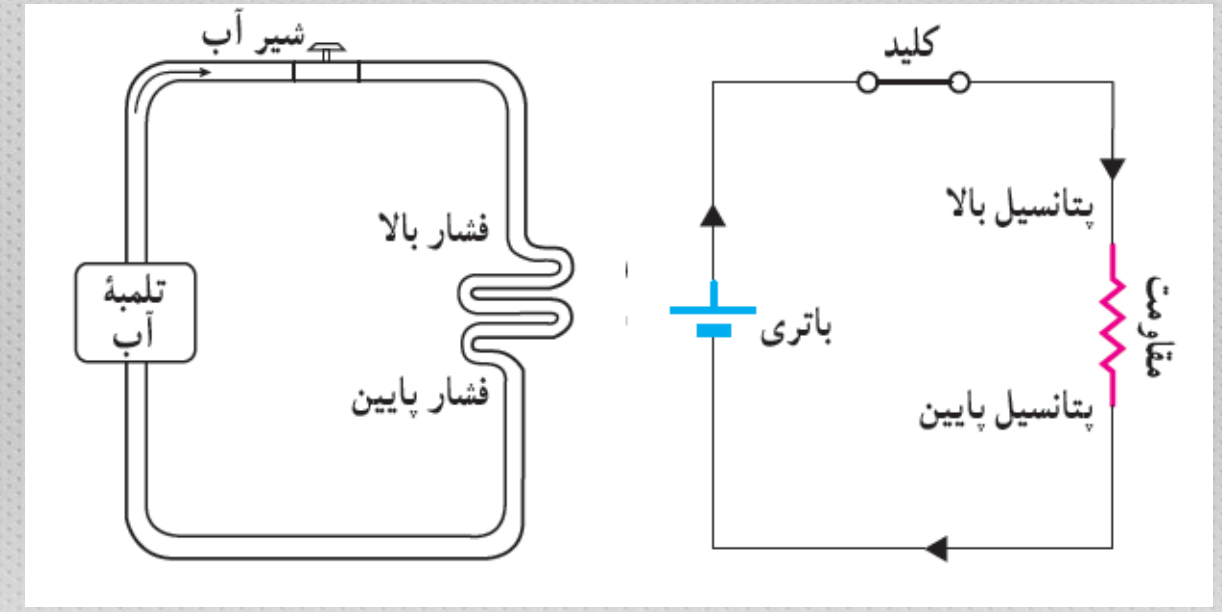
دیود : نوعی یکسو کننده جریان اند به عبارتی در مقابل عبور جریان در یک جهت تقریبا بی مقاومت اند ولی در مقابل عبور جریان الکتریکی در جهت دیگر کاملا عایق هستند. به همین دلیل از انها برای تبدیل جریان متاوب به مستقیم نیز زیاد استفاده می شود. جهت فلش در نماد دیود نشانگر جهتی است که جریان اجازه عبور دارد.



لامپ های LED عملا نوعی دیود هستند که به آنها دیود نورگسیل میگویند. ساختار آنها بدین گونه است که در آنها از نیم رساناهای مختلفی استفاده میگردد که نور متفاوتی نیز حاصل خواهند کرد. ابتدا فقط ال ای دی قرمز و زرد ساخته شد و رفته رفته رنگ های دیگر به آن اضافه گردید و امروزه تقریبا طیف کاملی از فروسرخ تا فرابنفش را شامل میگردند. مزیت آنها طول عمر بالاتر و مصرف انرژی کمتر و در عین حال دمای و توان اتلافی کمتر است.



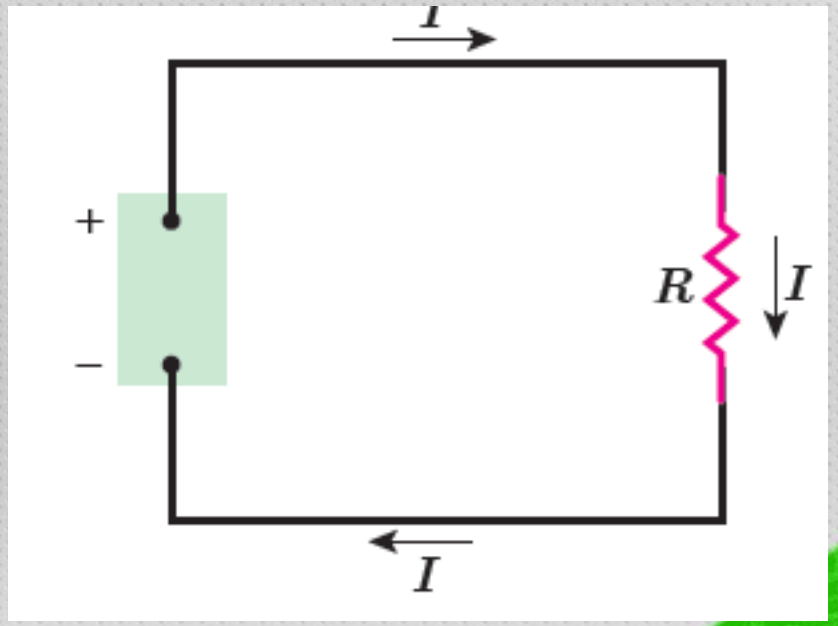
نیرو محرکه القایی: همانند پمپ آب که آب را تا ارتفاع بالاتر پمپ میکند عملا باتری ها و منبع های جریان نیز با اعمال اختلاف پتانسیل، نیروی لازم برای عبور بارها در مدارات را فراهم می سازند. باتری ها و پنل های خورشیدی و نیروگاه ها و .... همگی نوعی منبع های نیرو محرکه القایی اند که البته با ساز و کار متفاوتی کار میکنند.



در فصل قبل دیدیم که با عبور بار در میدان های یکنواخت، عملا میدان بر روی آن کار انجام میدهد. در باتری ها (منبع های نیرو محرکه) نیز جابجایی بار از پایانه منفی به پایانه مثبت انجام میگیرد. در این مسیر میدان الکتریکی درونی باتری بر روی بار کار انجام داده است. مقدار نسبت کارمیدان الکتریکی به بار جابجا شده را نیرو محرکه القایی مینامیم و با رابطه زیر بیان میکنیم:

مهم

$$\mathscr{E} = \frac{\Delta W}{\Delta q}$$

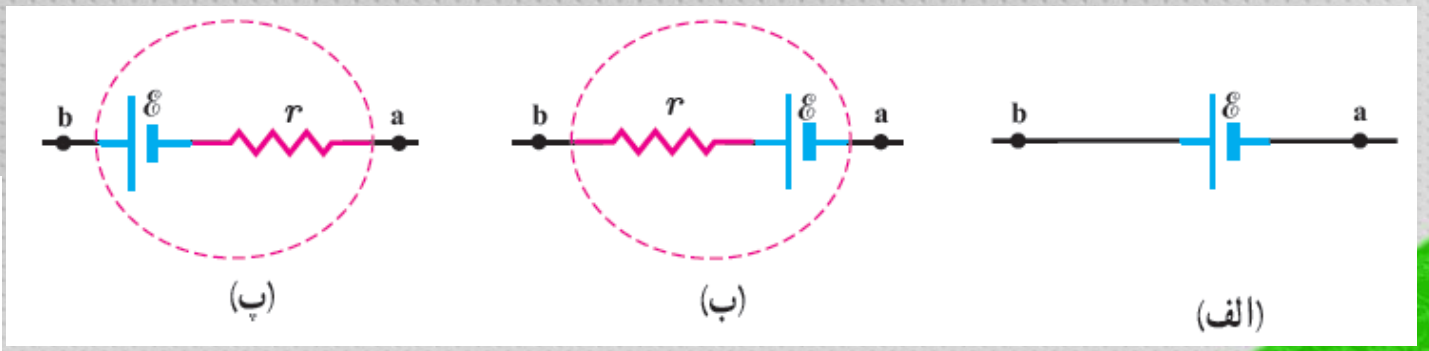


منبع های الکتریکی غالبا در دو حالت آرمانی یا واقعی در نظر گرفته میشوند. در منابع آرمانی هیچ اتلاف انرژی ای وجود ندارد فلذا نیرومحرکه الکتریکی دقیقا برابر با اختلاف ولتاژ پایانه هاست یعنی:

$$V_b - V_a = \mathscr{E}$$

اما درواقعیت همواره مقدار اندکی از انرژی در حود منابع تلف میشود. بدین گونه که در منبع نیرو محرکه الکتریکی یک مقاومت درونی وجود دارد و سبب میشود برایعبور بارها نیاز به صرف کار بیشتری باشد بدین ترتیب که اگر مقاومت درونی منبع را با r نشان دهیم خواهیم داشت:

$$V_b - V_a = \mathscr{E} - Ir$$

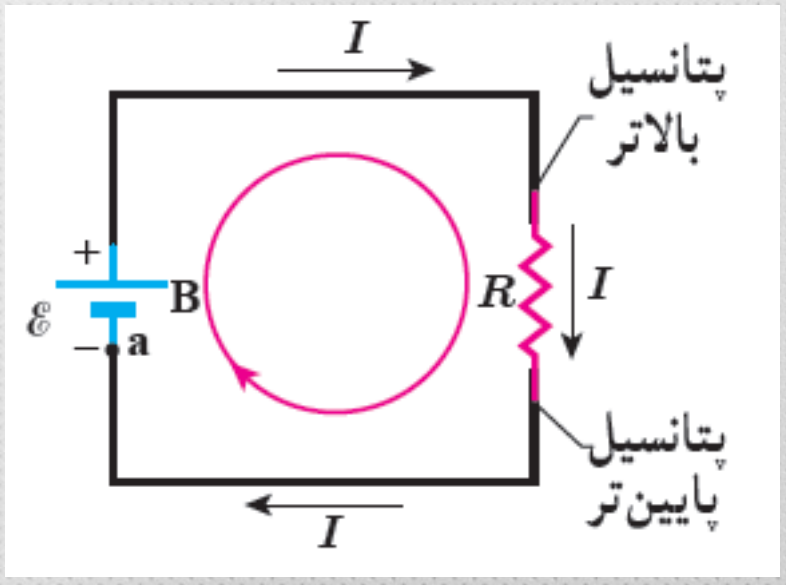


شکل ۲ــ۳۰ در مدارهای الکتریکی، منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی آرمانی را به‌صورت (الف) و منبع‌های واقعی را به صورت (ب) یا (پ) نمایش می‌دهند.

نکته!!! قاعده حلقه: طبق قاعده حلقه هرگاه دریک مدار یک دور کامل حرکت کنیم، جمع جبری تمامی اختلاف پتانسیل ها برابر با صفر خواهد بود(چون به نقطه آغاز برگشته ایم نباید تغییری نسبت به شروع احساس کنیم)

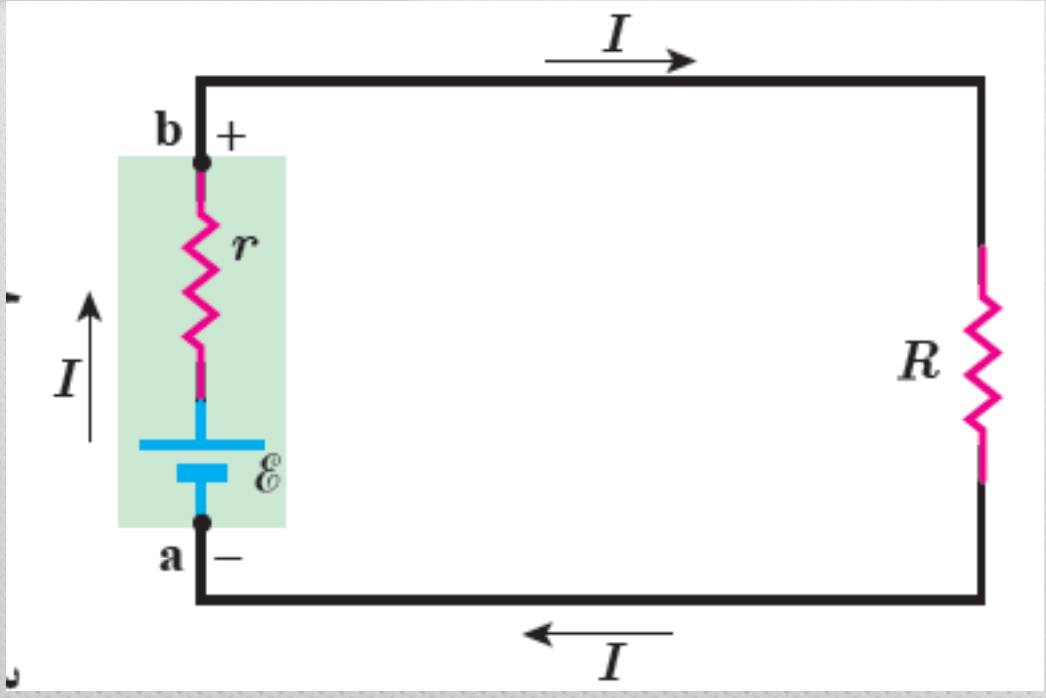
نکات مهم قاعده حلقه:۱- هرگاه از مقاومتی عبور کنیم اگر در جهت جریان باشد، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت کاهش یافته و اگر در خلاف جهت جریان باشد افزایش یافته است.

۲-هرگاه از درون منبع الکتریکی در جهت جریان حرکت کنیم اختلاف پتانسیل افزایش و در خلاف جهت حرکت کنیم اختلاف پتانسیل کاهش میابد.



$$V_a + \mathscr{E} - IR = V_a$$

$$\mathscr{E} - IR = 0$$

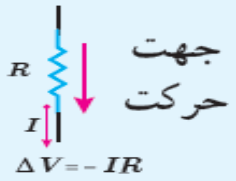
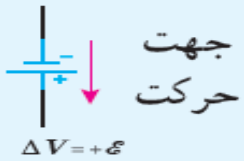
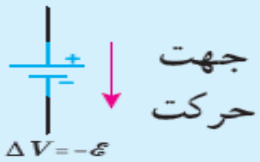


$$\mathscr{E} - Ir - IR = 0$$

$$V_a + \mathscr{E} - Ir = V_b$$

$$V_b - V_a = \mathscr{E} - Ir$$

جدول ۲ــ۴ جدول قرارداد تعیین علامت اختلاف پتانسیل‌ها در یک مدار تک‌حلقه‌ای، شامل مقاومت و منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی

عنصر مدار	جهت حرکت	تغییر پتانسیل	
مقاومت	در جهت جریان	$-IR$	
مقاومت	در خلاف جهت جریان	$+IR$	
منبع نیروی محرکه	از پایانهٔ منفی به پایانهٔ مثبت	$+\mathscr{E}$	
منبع نیروی محرکه	از پایانهٔ مثبت به پایانهٔ منفی	$-\mathscr{E}$	

در مدار شکل ۲ـ۳۳ فرض کنید $\mathscr{E} = ۱۲\text{V}$، $r = ۲/۰\Omega$ و $R = ۴/۰\Omega$ باشد.

الف) جریان عبوری از مدار چقدر است؟ ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری را محاسبه کنید.

پاسخ : الف) اگر مدار را در جهت جریان نشان داده شده دور بزنیم براساس آنچه گفته شد، در یک حلقهٔ کامل با استفاده از قاعدهٔ حلقه داریم :

$$\mathscr{E} - Ir - IR = ۰$$

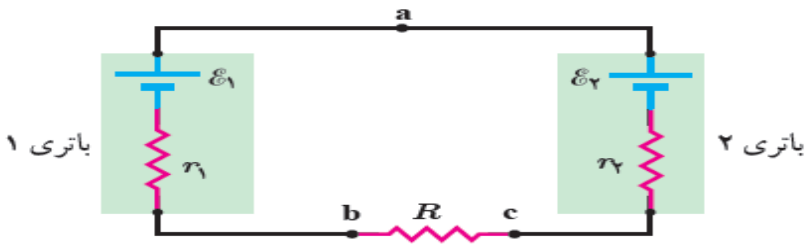
و در نتیجه

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R+r} = \frac{۱۲\text{V}}{۴/۰\Omega + ۲/۰\Omega} = ۲/۰\text{A}$$

ب) با استفاده از رابطهٔ ۲ـ۷ اختلاف پتانسیل دوسر باتری برابر است با

$$V_b - V_a = \mathscr{E} - Ir = ۱۲\text{V} - (۲/۰\text{A})(۲/۰\Omega) = ۸\text{V}$$

مدار شکل روبه‌رو را درنظر بگیرید. مقادیر نیروهای محرکهٔ الکتریکی و مقاومت‌های مدار عبارت‌اند از :



$\mathscr{E}_1 = 8/0\,V$، $\mathscr{E}_2 = 2/0\,V$، $r_1 = 2/0\,\Omega$، $r_2 = 1/5\,\Omega$ و $R = 8/5\,\Omega$

الف) جهت جریان عبوری از مدار و مقدار آن را تعیین کنید.

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری‌های ۱ و ۲ را محاسبه کنید.

پاسخ : الف) با استفاده از دستورالعمل‌های حلّ مدارهای تک حلقه‌ای، مسئله را حل می‌کنیم. گرچه لازم نیست که جهت جریان I را بدانیم، ولی می‌توانیم آن را با مقایسهٔ نیروهای محرکهٔ الکتریکی دو باتری تعیین کنیم؛ چون $\mathscr{E}_1 > \mathscr{E}_2$ است جهت جریان را باتری ۱ تعیین می‌کند. بنابراین، جهت جریان، ساعتگرد است. در نتیجه با حرکت پادساعتگرد از نقطهٔ a داریم :

$$V_a - \mathscr{E}_1 + Ir_1 + IR + Ir_2 + \mathscr{E}_2 = V_a$$

و از آنجا

$$I = \frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2}{r_1 + R + r_2} = \frac{8/0\,V - 2/0\,V}{2/0\,\Omega + 8/5\,\Omega + 1/5\,\Omega} = 0/50\,A$$

ب) اختلاف پتانسیل بین دوسر باتری ۱ را با حرکت از نقطهٔ b به سمت نقطهٔ a به‌دست می‌آوریم :

$$V_b - Ir_1 + \mathscr{E}_1 = V_a$$

در نتیجه

$$V_a - V_b = \mathscr{E}_1 - Ir_1 = 8/0\,V - (0/50\,A)(2/0\,\Omega) = 7/0\,V$$

که این نتیجه را می‌توانستیم به‌طور مستقیم از رابطهٔ ۲ــ۷ نیز به‌دست آوریم. اما در مورد باتری ۲ که در آن جهت جریان از قطب مثبت وارد و از قطب منفی خارج می‌شود، نمی‌توانیم از این رابطه استفاده کنیم.

برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل دوسر باتری ۲ حتماً باید مسئله را از نو حل کرد. به این منظور، از نقطهٔ c به سمت نقطهٔ a حرکت می‌کنیم :

$$V_c + Ir_2 + \mathscr{E}_2 = V_a$$

و در نتیجه :

$$V_a - V_c = \mathscr{E}_2 + Ir_2 = 2/0\,V + (0/50\,A)(1/5\,\Omega) = 2/8\,V$$

توان:

آهنگ کار انجام شده توسط نیرو را توان میگوییم. به عبارتی نسبت کار انجام شده بر واحد زمان برابر توان خواهد بود. با توجه به دانسته های فصل قبل در صورتی که جابجایی بار و نیروی اعمالی را هم جهت در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$P=\frac{W}{t}=\frac{q\Delta V}{t}=\left(\frac{q}{t}\right)\Delta V=I\Delta V$$

$$P=I\Delta V$$

این رابطه برای توان مصرفی کل و تک تک قطعات مدار برقرار است

توان مصرفی در مقاومتها:

در هر مقاومت در مدار مقداری انرژی و به عبارتی نیرو مصرف (تلف) میگردد. این توان مصرفی از رابطه زیر قابل استخراج است:

$$P_{\text{مصرفی}} = |P| = |IV| = |I(RI)| = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

$$P_{\text{مصرفی}} = RI^2$$

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{V^2}{R}$$

وقتی دو سر یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل ۲۲۰V وصل کنیم، جریان ۱۰/۰A از آن می‌گذرد. الف) توان این بخاری چقدر است؟ ب) اگر این بخاری به مدت ۳/۰۰h در روز کار کند و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۵۰ تومان باشد، هزینهٔ یک ماه مصرف این بخاری چقدر می‌شود؟

پاسخ : الف) بنا به رابطهٔ ۲ــ۸ توان مورد نیاز بخاری چنین می‌شود :

$$P = I\Delta V = (۱۰/۰\,\mathrm{A})(۲۲۰\,\mathrm{V}) = ۲/۲۰\times ۱۰^{۳}\,\mathrm{W} = ۲/۲۰\,\mathrm{kW}$$

ب) انرژی مصرفی بخاری برابر Pt می‌شود که بر حسب یکاهای SI ، P بر حسب وات (W) ، t بر حسب ثانیه (s) است و انرژی مصرفی بر حسب ژول (J) می‌شود. اما برای محاسبهٔ مصرف برق، P را بر حسب کیلووات (kW) و t را بر حسب ساعت (h) می‌گیرند. بنابراین، انرژی الکتریکی مصرفی بر حسب کیلووات ساعت (kWh) می‌شود ($۳/۶\times ۱۰^{۶}\,\mathrm{J}$) $= (۱۰۰۰\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}})(۳۶۰۰\,\mathrm{s})$.($۱\,\mathrm{kWh} = ۱۰۰۰\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$)

پس انرژی مصرفی بخاری در یک ماه، برابر است با

$$U = Pt = (۲/۲۰\,\mathrm{kW})(۳۰\times ۳/۰۰\,\mathrm{h}) = ۱۹۸\,\mathrm{kWh}$$

در نتیجه بهای برق مصرفی این بخاری در یک ماه چنین می‌شود :

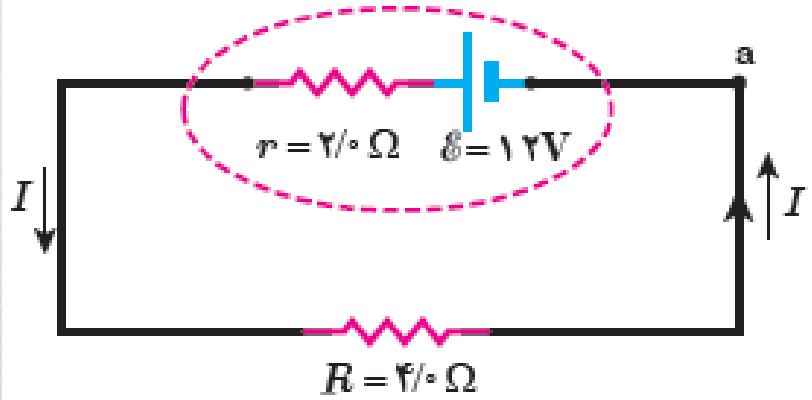
$$\text{بها} = (۱۹۸\,\mathrm{kWh})(۵۰\,\frac{\text{تومان}}{\mathrm{kWh}}) = ۹۹۰۰\,\text{تومان}$$

توان خروجی منبع:

توانی که منبع نیرو محرکه القایی(به طور مثال باتری) به مدار اعمال میدارد را توان خروجی مینامیم:

$$P_{\text{خروجی}} = I\Delta V = I(\mathcal{E} - Ir) = \mathcal{E}I - rI^2$$

$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}I - rI^2$$



برای مدار نشان داده شده در شکل : الف) توان خروجی باتری و ب) توان مصرفی در مقاومت را محاسبه کنید.

پاسخ : الف) نخست، جریان را با استفاده از قاعدهٔ حلقه به دست می‌آوریم :

$$V_a + \mathscr{E} - Ir - IR = V_a \Longrightarrow I = \frac{\mathscr{E}}{R+r} = \frac{۱۲\text{V}}{۴/۰\Omega + ۲/۰\Omega} = ۲/۰\text{A}$$

اکنون توان الکتریکی خروجی از باتری با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۱۱ چنین می‌شود :

$$P_{\text{خروجی}} = \mathscr{E}I - rI^۲ = (۱۲\text{V})(۲/۰\text{A}) - (۲/۰\Omega)(۲/۰\text{A})^۲ = ۱۶\text{W}$$

ب) با استفاده از پایستگی انرژی بدیهی است که توان الکتریکی مصرفی در مقاومت ۴ اهمی برابر با توان خروجی باتری، یعنی ۱۶W می‌شود. با این حال، این را می‌توانیم به‌طور مستقیم نیز نشان دهیم :

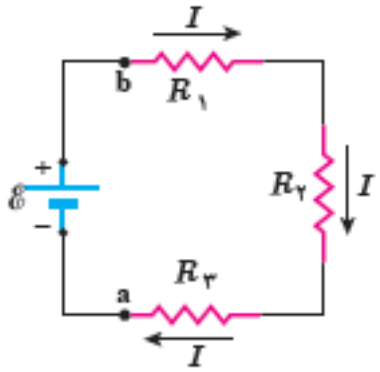
$$P_{\text{مصرفی}} = RI^۲ = (۴/۰\Omega)(۲/۰\text{A})^۲ = ۱۶\text{W}$$

ترکیب مقاومتها(به هم بستن سری و موازی):

در مدارات الکتریکی اغلب لازم است که از چندینمقاومت استفاده شود. نحوه قرار گیری این مقاومتها در کنای یک دیگر در طراحی مدار و کلیه محاسبات بسیار مهم است. غالبا از دو نوع مرسوم برای بستن مقاومتها استفاده میگردد که به نام های متوالی(سری) و موازی شناخته میشوند.

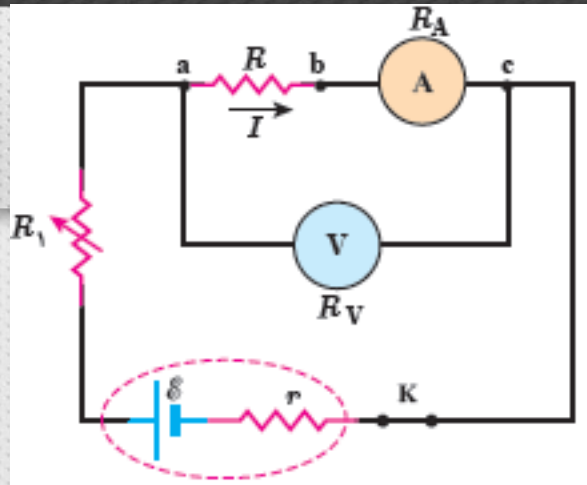
به هم بستن متوالی (سری):

در شکل زیر نمونه ای از به هم بستن سری(پشت سر هم به طوری که پایه دوم مقاومت قبل به پایه اول مقاومت بعدی بسته شود) قابل مشاهده است. در این حالت مدار هیچ انشعاب دیگری ندارد فلذا جریان کلی i از تمام مقاومتها عبور خواهد کرد. اگر امپر سنج را در هر نقطه از این مدار وصل کنیم جریان را یکسان خواهد خواند. میتوان تمام این مقاومت هارا به نوعی برایند گرفت و طبق قانون حلقه خواهیم داشت:



$$V_a + \mathcal{E} - IR_1 - IR_2 - IR_3 = V_a$$

$$\mathcal{E} = IR_1 + IR_2 + IR_3 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n$$



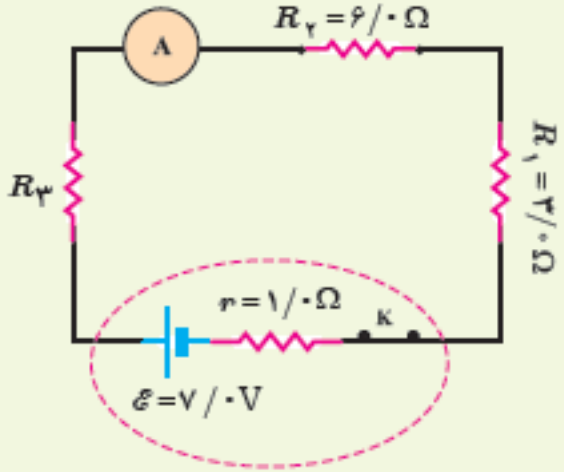
شکل روبه‌رو مداری را برای اندازه‌گیری مقاومت مجهول R نشان می‌دهد. فرض کنید در این مدار ولت‌سنج $24/0\ V$ و آمپرسنج $0/200\ A$ را نشان دهد. مقاومت ولت‌سنج $R_V = 1/00 \times 10^4 \Omega$ و مقاومت آمپرسنج $R_A = 1/00 \Omega$ است. مقاومت R را به‌دست آورید.

پاسخ : مقاومت‌های R و R_A به‌طور متوالی به هم بسته شده‌اند و اختلاف پتانسیل دوسر آنها برابر با $24/0\ V$ است. با توجه به اینکه آمپرسنج جریان $0/200\ A$ را نشان می‌دهد و به‌طور متوالی به مقاومت R بسته شده است، جریان عبوری از این دو مقاومت نیز برابر $0/200\ A$ است :

$$R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{24/0\,V}{0/200\,A} = 120\,\Omega$$

با توجه به اینکه $R_{eq} = R + R_A$ و $R_A = 1/00 \Omega$ است مقاومت مجهول برابر با $R = 119 \Omega$ می‌شود.

تمرین ۲ــ۵



در شکل روبه‌رو، سه مقاومت به همراه یک آمپرسنج به‌صورت متوالی به یک باتری وصل شده‌اند و مقاومت آمپرسنج صفر است (آمپرسنج آرمانی). اگر مقاومت معادل مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 برابر با $13/0 \Omega$ باشد : الف) مقاومت R_3 چقدر است؟ ب) جریانی را که آمپرسنج نشان می‌دهد به‌دست آورید. پ) نشان دهید توان خروجی باتری با مجموع توان‌های مصرفی مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 در مدار برابر است.

نکته مهم!!!!

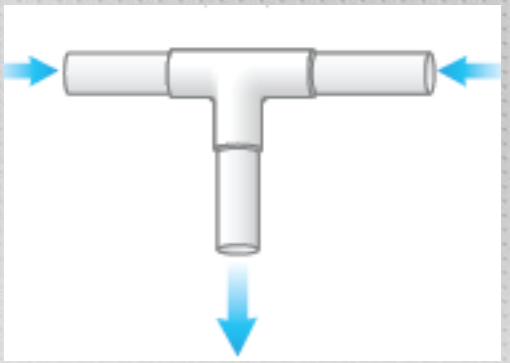
مقاومت یک ولت‌سنج باید خیلی بزرگ باشد تا قرار گرفتن آن در مدار، ولتاژ اجزای مدار را به‌طور محسوسی تغییر ندهد. همچنین مقاومت یک آمپرسنج باید خیلی ناچیز باشد تا قرار گرفتن آن در مدار به‌طور محسوسی جریان اجزای مدار را تغییر ندهد. همان‌طور که در مثال بالا ملاحظه شد، مقاومت‌های آمپرسنج و ولت‌سنج این ویژگی‌ها را دارند.

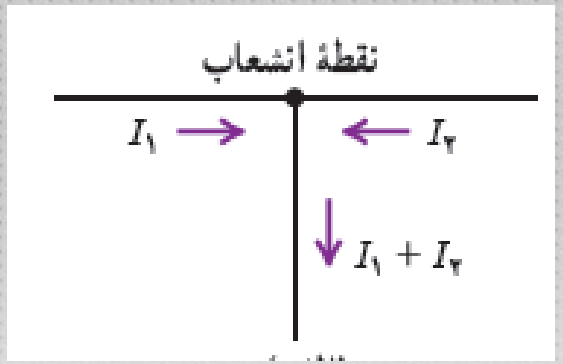
قاعده انشعاب (گره ها):

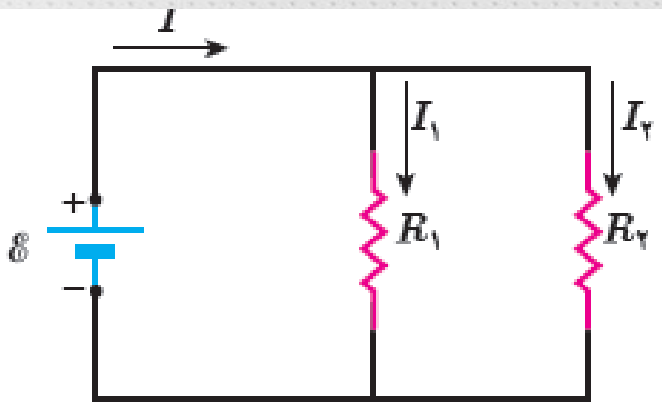
اشنعاب یا گره نقطه ای از مدار است که مدار از حالت تک سیم خارج شده و به حالت سه راهی یا چند راهی در بیاید. به هر سیم در انشعاب ها شاخه گفته میشود که هر شاخه نیز میتواند شامل بیشمار اجزای مدار(مقاومت و خازن و ....) باشد.

طبق قاعده انشعاب یا قانون گره ها:

مجموع جریان هایی که به هر نقطه انشعاب وارد می شود برابر با مجموع جریانی است که از ان خارج می شود.







درشکل روبه‌رو، یک باتری آرمانی اختلاف پتانسیل $\mathcal{E}=12V$ را به دو سر مقاومت‌های $R_1 = 4/0\Omega$ و $R_2 = 6/0\Omega$ اعمال می‌کند. الف) جریان عبوری از هر مقاومت و ب) جریانی که از باتری می‌گذرد چقدر است؟

پاسخ : مطابق شکل جریان عبوری از باتری، مقاومت R_1، و مقاومت R_2 را به ترتیب با I، I_1 و I_2 نشان داده‌ایم.

الف) بدیهی است که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_1 و R_2 برابر با اختلاف پتانسیل باتری است. بنابراین داریم :

$$V_1 = \mathcal{E} = I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = \frac{12V}{4/0\Omega} = 3/0A$$

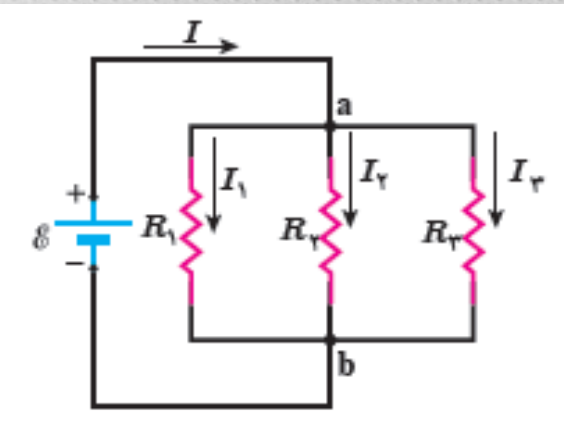
$$V_2 = \mathcal{E} = I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2} = \frac{12V}{6/0\Omega} = 2/0A$$

ب) اکنون با استفاده از قاعدهٔ انشعاب، جریان عبوری از باتری را می‌یابیم :

$$I = I_1 + I_2 = 3/0A + 2/0A = 5/0A$$

بستن مقاومتها به صورت موازی:

هر گاه مقاومتها از طریق انشعابات مختلف به گونه ای به هم وصل شوند که پایه اول آنها نظیر به نظیر با هم و پایه دوم آنها نیز نظیر به نظیر به هم وصل شده باشد گوییم مقاومتها موازی بسته شده اند. در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر هر انشعاب برابر با اختلاف پتانسیل کلی مدار است یعنی:



$$V = \mathcal{E} = V_1 = V_2 = V_3$$

از طرفی طبق قضیه انشعاب:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

طبق رابطه مقاومت های اهمیک:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \ , \ I_2 = \frac{V}{R_2} \ , \ I_3 = \frac{V}{R_3}$$

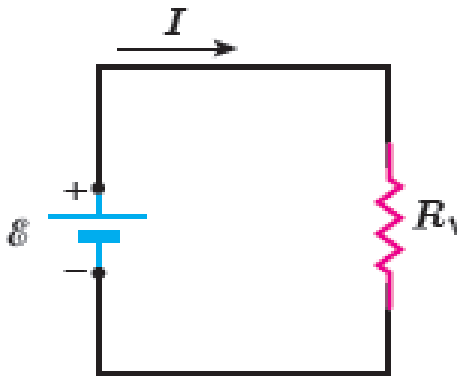
با قرار دادن این جریان ها در رابطه انشعاب صفحه قبل خواهیم داشت:

$$I = V(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})$$

نهایتا:

$$I = \frac{V}{R_{eq}}$$

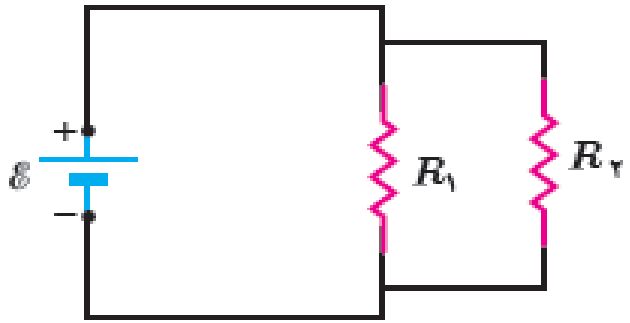
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$



مدار سادهٔ شکل روبه‌رو را که شامل یک منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی آرمانی با $\mathscr{E} = ۱۵۰\,V$ و یک مقاومت با $R_۱ = ۱۰۰\,k\Omega$ است، در نظر بگیرید.

الف) جریان عبوری از منبع را به‌دست آورید.

ب) اگر مقاومت $R_۲ = ۱۰/۰\,M\Omega$ به‌طور موازی به دو سر مقاومت $R_۱$ متصل شود، مقاومت معادل مدار چقدر می‌شود و چه جریانی از منبع می‌گذرد؟



پاسخ : الف) با استفاده از تعریف مقاومت داریم :

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_۱} = \frac{۱۵۰\,V}{۱۰۰\times۱۰^{۳}\,\Omega} = ۱/۵۰\times۱۰^{-۳}\,A = ۱/۵۰\,mA$$

ب) با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۱۳ داریم :

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}$$

در نتیجه

$$R_{eq} = \frac{R_۱R_۲}{R_۱ + R_۲} = \frac{(۱۰۰\times۱۰^{۳}\,\Omega)(۱۰/۰\times۱۰^{۶}\,\Omega)}{۱۰۰\times۱۰^{۳}\,\Omega + ۱۰/۰\times۱۰^{۶}\,\Omega} = ۹۹/۰\,k\Omega$$

و بنابراین، جریان عبوری از منبع برابر است با

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq}} = \frac{۱۵۰\,V}{۹/۹۰\times۱۰^{۴}\,\Omega} = ۱/۵۲\times۱۰^{-۳}\,A = ۱/۵۲\,mA$$

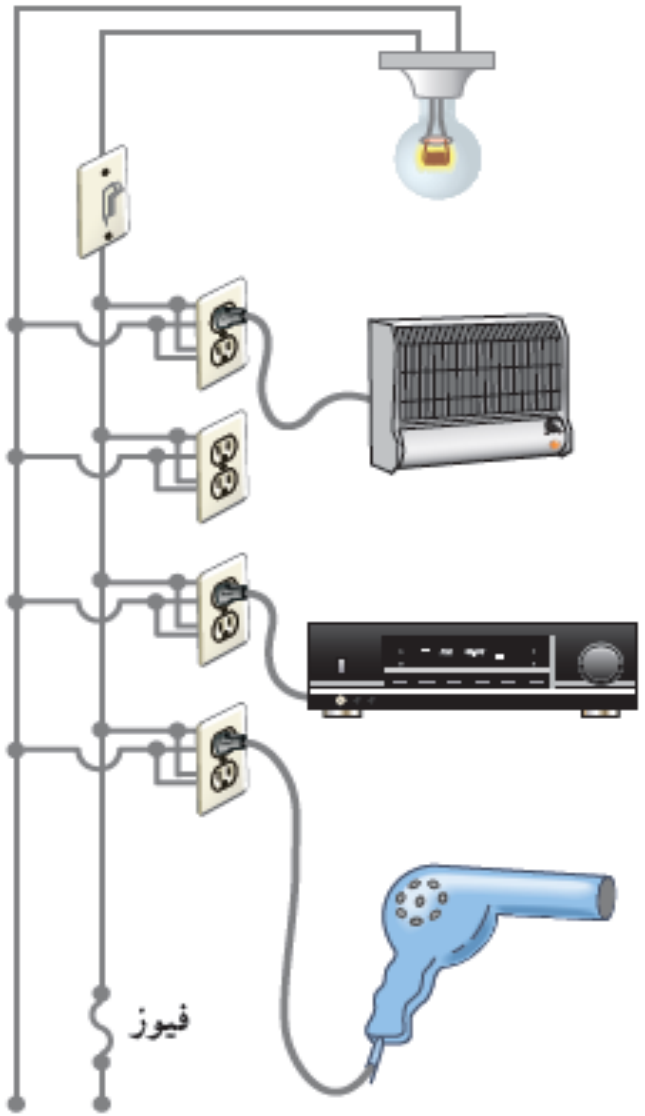
همان‌طور که می‌بینید، مقاومت معادل در این حالت که یکی از مقاومت‌ها خیلی بزرگ‌تر از مقاومت دیگر است ($R_۲ >> R_۱$) تقریباً برابر با مقاومت کوچک‌تر ($R_۱$) است.

مثال ۲ــ ۱۴

یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰W، یک بخاری برقی ۲۰۰۰W، یک دستگاه پخش صوت ۲۰۰W، و یک سشوار (موخشک‌کن) ۲۲۰۰W مطابق شکل به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی ۲۲۰V وصل شده است.

الف) اگر فیوز شکل ۱۵A باشد، یعنی حداکثر بتواند جریان ۱۵A را تحمل کند، آیا فیوز خواهد پرید؟

ب) نشان دهید توان الکتریکی مصرفی مقاومت معادل برابر با مجموع توان‌های الکتریکی مصرفی در هریک از آنهاست.



پاسخ : الف) همان‌طور که در شکل می‌بینیم در سیم‌کشی منازل همهٔ مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند. بنابراین، جریان کل عبوری از فیوز برابر با مجموع جریان‌های عبوری از هریک از مصرف‌کننده‌هاست. با استفاده از رابطهٔ $I = P/V$ جریان عبوری از هریک از این چهار مصرف‌کننده را به‌دست می‌آوریم. بنابراین، به ترتیب داریم :

- $I_{\text{لامپ}} = \frac{P_{\text{لامپ}}}{V} = \frac{۱۰۰\text{W}}{۲۲۰\text{V}} = ۰/۴۵۵\,\text{A}$

$I_{\text{بخاری}} = \frac{P_{\text{بخاری}}}{V} = \frac{۲۰۰۰\text{W}}{۲۲۰\text{V}} = ۹/۰۹\,\text{A}$

$I_{\text{سشوار}} = \frac{P_{\text{سشوار}}}{V} = \frac{۲۲۰۰\text{W}}{۲۲۰\text{V}} = ۱۰/۰\,\text{A}$

$I_{\text{پخش}} = \frac{P_{\text{پخش}}}{V} = \frac{۲۰۰\text{W}}{۲۲۰\text{V}} = ۰/۹۰۹\,\text{A}$

بنابراین، جریان کل عبوری از فیوز برابر است با :

$$I_{\text{فیوز}} = I_{\text{کل}} = I_{\text{لامپ}} + I_{\text{بخاری}} + I_{\text{پخش}} + I_{\text{سشوار}}$$
$$= ۰/۴۵۵\text{A} + ۹/۰۹\text{A} + ۰/۹۰۹\text{A} + ۱۰/۰\text{A} = ۲۰/۵\text{A}$$

چون فیوز ۱۵A است. بنابراین، فیوز خواهد پرید. در اغلب منازل چند مدار سیم‌کشی جداگانه داریم که هریک فیوز مربوط به خود را دارد. برای اینکه بتوانیم به‌طور هم‌زمان از چند وسیلهٔ برقی استفاده کنیم، باید وسایل برقی را به‌طور هم‌زمان به یک مدار وصل نکنیم و مدارهای دیگر را نیز به‌کار گیریم.

ب) دیدیم که همهٔ مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند. بنابراین، مقاومت معادل مصرف‌کننده‌های شکل از رابطهٔ ۲ـ۱۳ به‌دست می‌آید. بنابراین، برای محاسبهٔ مقاومت لازم است مقاومت هریک از وسیله‌ها را به‌طور جداگانه محاسبه کنیم. مقاومت هر مصرف‌کننده با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ به‌دست می‌آید. بنابراین، به ترتیب داریم :

$$R_{\text{لامپ}}=\frac{V^2}{P_{\text{لامپ}}}=\frac{(220\,\text{V})^2}{100\,\text{W}}=484\,\Omega$$

$$R_{\text{بخاری}}=\frac{V^2}{P_{\text{بخاری}}}=\frac{(220\,\text{V})^2}{2000\,\text{W}}=24/2\,\Omega$$

$$R_{\text{بخش}}=\frac{V^2}{P_{\text{بخش}}}=\frac{(220\,\text{V})^2}{200\,\text{W}}=242\,\Omega$$

$$R_{\text{سشوار}}=\frac{V^2}{P_{\text{سشوار}}}=\frac{(220\,\text{V})^2}{2200\,\text{W}}=22/0\,\Omega$$

پس مقاومت معادل چنین محاسبه می‌شود :

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_{\text{لامپ}}} + \frac{۱}{R_{\text{بخاری}}} + \frac{۱}{R_{\text{پخش}}} + \frac{۱}{R_{\text{سشوار}}} =$$

$$= \frac{۱}{۴۸۴\,\Omega} + \frac{۱}{۲۴/۲\Omega} + \frac{۱}{۲۴۲\Omega} + \frac{۱}{۲۲/۰\Omega} = ۰/۰۹۳۰\,\Omega^{-۱}$$

و در نتیجه $R_{eq} = ۱۰/۷۵\,\Omega \approx ۱۰/۸\,\Omega$. بنابراین، توان مصرفی مقاومت معادل چنین می‌شود :

$$P_{R_{eq}} = \frac{V^۲}{R_{eq}} = \frac{(۲۲۰\text{V})^۲}{۱۰/۷۵\,\Omega} = ۴/۵۰\,\text{kW}$$

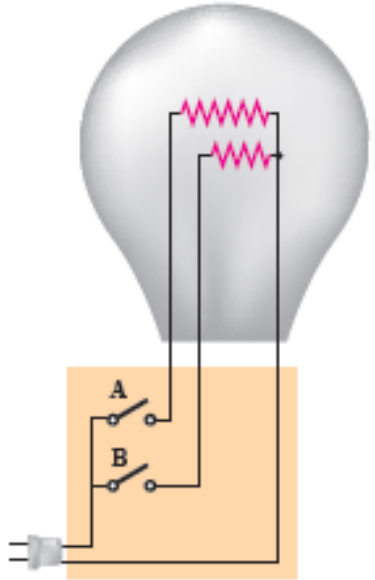
اکنون می‌خواهیم این نتیجه را با مجموع توان‌های هریک از مصرف‌کننده‌ها مقایسه کنیم.

مجموع توان مصرف‌کننده‌ها برابر است با :

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{لامپ}} + P_{\text{بخاری}} + P_{\text{پخش}} + P_{\text{سشوار}} = ۱۰۰\text{W} + ۲۰۰۰\text{W} + ۲۰۰\text{W} + ۲۲۰۰\text{W} = ۴۵۰۰\text{W}$$

که همان توان مصرفی مقاومت معادل است.

مثال ۲ــ۱۵



یک لامپ سه‌راههٔ ۲۲۰V که دو رشته دارد مطابق شکل برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. کمترین و بیشترین توان مصرفی این لامپ به ترتیب ۵۰/۰W و ۱۵۰W است. مقاومت هریک از رشته‌ها را بیابید.

پاسخ : همان‌طور که می‌دانیم توان الکتریکی مصرفی از رابطهٔ $P = V^2/R$ به‌دست می‌آید. بنابراین، بیشترین توان مربوط به کمترین مقاومت و کمترین توان مربوط به بیشترین مقاومت است. در بستن موازی مقاومت‌ها دیدیم مقاومت معادل کوچک‌تر از هریک از مقاومت‌هاست. بنابراین، بیشترین توان مربوط به وقتی است که کلیدهای a و b هردو بسته‌اند؛ یعنی :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

که در آن R_1 و R_2 مقاومت‌های دو رشتهٔ لامپ‌اند. بنابراین، برای مقاومت معادل داریم :

$$R_{eq} = R_{min} = \frac{V^2}{P_{max}} = \frac{(220\text{V})^2}{150\text{W}} = 323\Omega$$

از طرفی کمترین توان مربوط به وقتی است که کلید مربوط به رشتهٔ با مقاومت بیشتر بسته شده است. اگر این مقاومت را با $R_۱$ نمایش دهیم، داریم :

$$R_۱ = R_{max} = \frac{V^۲}{P_{min}} = \frac{(۲۲۰V)^۲}{۵۰/۰W} = ۹۶۸\Omega$$

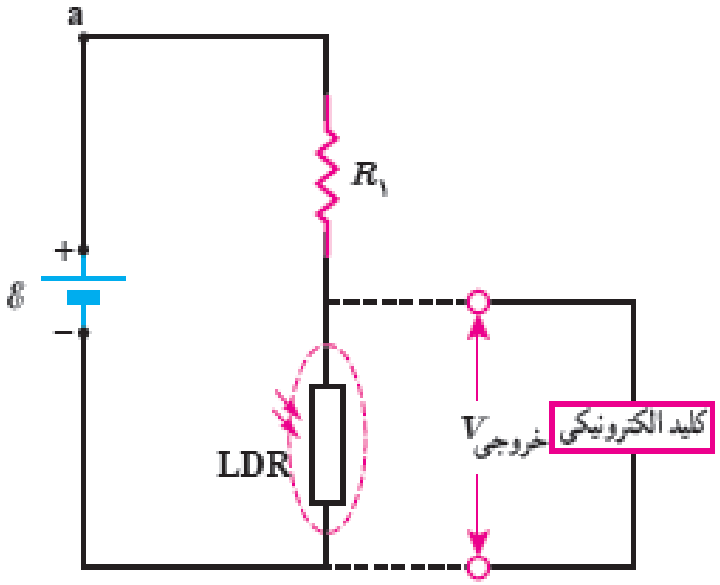
بنابراین، مقاومت مجهول $R_۲$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$\frac{۱}{R_۲} = \frac{۱}{R_{eq}} - \frac{۱}{R_۱} = \frac{۱}{۳۲۳\Omega} - \frac{۱}{۹۶۸\Omega} = ۲/۰۶\times۱۰^{-۳}\Omega^{-۱}$$

در نتیجه

$$R_۲ = \frac{۱}{۲/۰۶\times۱۰^{-۳}\Omega^{-۱}} = ۴۸۵\Omega$$

مثال ۲ــ ۱۶



در بسیاری از مدارهای الکتریکی از تغییر مقاومت برای تقسیم ولتاژ استفاده می‌کنند. از این ویژگی در برخی از تجهیزات الکتریکی به‌عنوان کلید الکترونیکی بهره‌برداری می‌شود. آژیر خطر، کلید خودکار روشن شدن چراغ‌ها و . . . مثال‌هایی از این دست هستند. شکل روبه‌رو چنین مداری را که در چراغ روشنایی خودروها به‌کار می‌رود، نشان می‌دهد. در این مدار از دو مقاومت R_1 و مقاومت متغیر LDR استفاده شده است که به‌طور متوالی به هم وصل‌اند. همان‌طور که می‌دانیم وقتی تابش نور به LDR قطع می‌شود، مقاومت آن افزایش می‌یابد. در نتیجه ولتاژ خروجی ($V_{\text{خروجی}}$) زیاد می‌شود. این افزایش ولتاژ سبب فعال شدن کلید الکترونیکی می‌شود که به چراغ وصل است و بدین ترتیب چراغ روشن می‌شود. بنابراین تا زمانی که نور به اندازه کافی بتابد، کلید فعال نمی‌شود. فرض کنید در شکل بالا، منبع نیروی محرکه، آرمانی و ولتاژ آن ۱۲/۰ V باشد و ولتاژ موردنیاز برای فعال شدن کلید الکترونیکی ۵/۰۰ V باشد. وقتی مقاومت LDR به ۲۰۰ kΩ می‌رسد، کلید الکترونیکی فعال می‌شود. مقاومت R_1 چقدر است؟ (مقاومت کلید الکترونیکی آنقدر زیاد است که جریان قابل ملاحظه‌ای از آن عبور نمی‌کند. بنابراین می‌توانیم R_1 و LDR را متوالی در نظر بگیریم.)

پاسخ : با استفاده از قاعدهٔ حلقه داریم :

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_{\text{LDR}}}$$

از طرفی بدیهی است

$$V_{\text{خروجی}} = R_{\text{LDR}} I$$

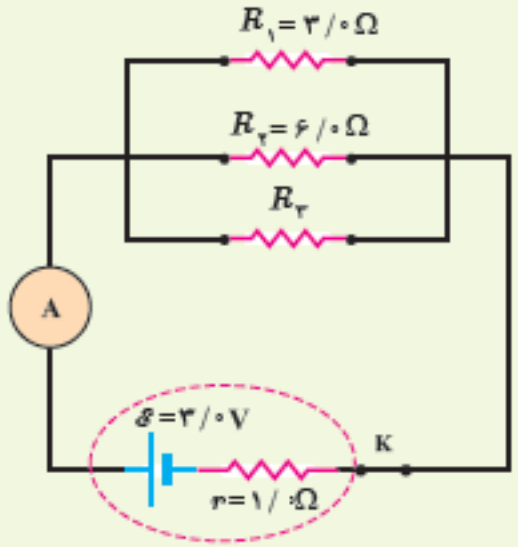
از ترکیب دو معادله بالا خواهیم داشت :

$$V_{\text{خروجی}} = R_{\text{LDR}} \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_{\text{LDR}}}$$

و از آنجا برای R_1 چنین به‌دست می‌آوریم :

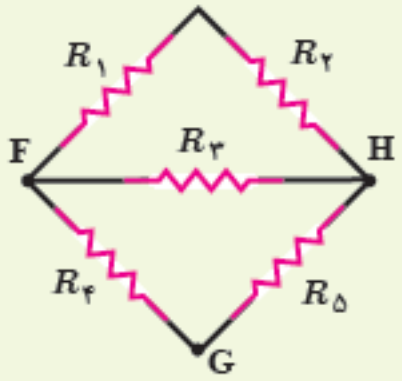
$$R_1 = \frac{R_{\text{LDR}} (\mathscr{E} - V_{\text{خروجی}})}{V_{\text{خروجی}}} = \frac{(۲۰۰\text{k}\Omega)(۱۲/۰\text{V} - ۵/۰۰\text{V})}{۵/۰۰\text{V}} = ۲۸۰\text{k}\Omega$$

تمرین ۲ــ۶



در شکل روبه‌رو سه مقاومت موازی به همراه یک آمپرسنج آرمانی به دو سر یک باتری وصل شده‌اند. اگر مقاومت معادل این ترکیب $۱/۶\Omega$ باشد، الف) مقاومت R_3 چقدر است؟ ب) جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد را به‌دست آورید. پ) نشان دهید توان خروجی باتری با مجموع توان‌های مصرفی مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 برابر است.

تمرین ۲ــ۷



شکل روبه‌رو پنج مقاومت ۸/۰۰ اهمی را نشان می‌دهد.

الف) مقاومت معادل بین نقطه‌های F و H چقدر است؟

ب) مقاومت معادل بین نقطه‌های F و G چقدر است؟